III. *Epistola* missa ad *prænobilem virum D.* Carolum Mountague *Armigerum, Scaccarii Regii apud Anglos Cancellarium, & Societatis Regiæ Præsidem, in qua solvuntur duo problemata Mathematica à Johanne Barnoullo Mathematico celeberrimo proposita.*

Jan. 30. 169$\frac{6}{7}$.

ACcepi, Vir amplissime, hesterno die duo Problematum à *Joanne Bernoullo* Mathematicorum acutissimo propositorum exemplaria, Groningæ edita in hæc verba.

Acutissimis qui toto Orbe florent Mathematicis,
*S. P. D.*
*Joannes Bernoulli* Math. P. P.

Cum compertum habeamus vix quicquam esse quod magis excitet generosa ingenia ad moliendum quod conducit augendis scientiis, quàm difficilium pariter & utilium quæstionum propositionem, quarum enodatione tanquam singulari si qua aliâ via ad nominis claritatem perveniant sibique apud posteritatem æterna extruant monumenta; Sic me nihil gratius Orbi Mathematico facturum speravi quam si imitando exemplum tantorum Virorum Mersenni, Pascalii, Fermatii, præsertim recentis illius Anonymi Ænigmatistæ Florentini aliorumque qui idem ante me fecerunt, præstantissimis hujus ævi Analystis proponerem aliquod problema, quo quasi Lapide Lydio suas methodos examinare, vires intendere & si quid invenirent nobiscum communicare possent, ut quisque

quiſque ſuas exinde promeritas laudes à nobis publicè id profitentibus conſequeretur.

Factum autem illud eſt ante ſemeſtre in Actis Lipſ. m. Jun. pag. 269. Ubi tale problema propoſui cujus utilitatem cum jucunditate conjunctam videbunt omnes qui cum ſucceſſu ei ſe applicabunt. Sex menſium ſpatium à prima publicationis die Geometris conceſſum eſt, intra quod ſi nulla ſolutio prodiret in lucem, me meam exhibiturum promiſi: Sed ecce elapſus eſt terminus & nihil ſolutionis comparuit; niſi quod Celeb. Leibnitius de profundiore Geometriâ præclarè meritus me per literas certiorem fecerit, ſe jam feliciter diſſolviſſe nodum pulcherrimi hujus uti vocabat & inauditi antea problematis, inſimulque humaniter rogavit, ut præſtitutum limitem ad proximum paſcha extendi pateretur, quo interea apud Gallos Italoſque idem illud publicari poſſet nulluſque adeo ſupereſſet locus ulli de anguſtiâ termini quærelæ; Quam honeſtam petitionem non ſolum indulſi, ſed ipſe hanc prorogationem promulgare decrevi, viſurus num qui ſint qui nobilem hanc & arduam quæſtionem aggreſſuri, poſt longum temporis intervallum tandem Enodationis compotes fierent. Illorum interim in gratiam ad quorum manus Acta Lipſienſia non perveniunt, propoſitionem hîc repeto.

## Problema Mechanico-Geometricum de Linea Celerrimi deſcensûs.

*Determinare lineam curvam data duo puncta in diverſis ab horizonte diſtantiis & non in eadem rectâ verticali poſita connectentem, ſuper qua mobile propriâ gravitate decurrens & à ſuperiori puncto moveri incipiens citiſſime deſcendat ad punctum inferius.*

Senſus

Senſus problematis hic eſt, ex infinitis lineis quæ duo illa data puncta conjungunt, vel ab uno ad alterum duci poſſunt eligatur illa, juxta quam ſi incurvetur lamina tubi canaliſve formam habens, ut ipſi impoſitus globulus & liberè dimiſſus iter ſuum ab uno puncto ad alterum emetiatur tempore breviſſimo.

Ut vero omnem ambiguitatis anſam precaveamus, ſcire B. L. volumus, nos hîc admittere Galilæi hypotheſin de cujus veritate ſepoſitâ reſiſtentia jam nemo eſt ſaniorum Geometrarum qui ambigat, *Velocitates ſcilicet acquiſitas gravium cadentium eſſe in ſubduplicata ratione altitudinum emenſarum*, quanquam aliàs noſtra ſolvendi methodus univerſaliter ad quamvis aliam hypotheſin ſeſe extendat.

Cum itaque nihil obſcuritatis ſuperſit, obnixè rogamus omnes & ſingulos hujus ævi Geometras, accingant ſe promtè, tentent, diſcutiant quicquid in extremo ſuarum methodorum receſſu abſconditum tenent; Rapiat qui poteſt præmium quod Solutori paravimus, non quidem auri non argenti ſummam quo abjecta tantum & mercenaria conducuntur ingenia, à quibus ut nihil laudabile ſic nihil quod ſcientiis fructuoſum expectamus, ſed cùm virtus ſibi ipſi ſit merces pulcherrima, atque gloria immenſum habeat calcar, offerimus præmium quale convenit ingenui ſanguinis Viro, conſertum ex honore, laude & plauſu, quibus magni noſtri Apollinis perſpicacitatem publicè & privatim, ſcriptis & dictis coronabimus, condecorabimus & celebrabimus.

Quod ſi verò feſtum paſchatis præterierit nemine deprehenſo qui quæſitum noſtrum ſolverit, nos quæ ipſi invenimus publico non invidebimus; Incomparabilis enim Leibnitius ſolutiones tum ſuam tum noſtram ipſi jam pridem commiſſam protinus ut ſpero in lucem emittet, quas ſi Geometræ ex penitiori quodam fonte petitas perſpexerint, nulli dubitamus quin anguſtos vulgaris

garis Geometriæ limites agnoſcant, noſtraque proin inventa tanto pluris faciant, quanto paúciores eximiam noſtram quæſtionem ſoluturi extiterint etiam inter illos ipſos qui per ſingulares quas tanto pluris faciant, quanto pauciores eximiam noſtram quæſtionem ſoluturi extiterint etiam inter illos ipſos qui per ſingulares quas tantopere commendant methodos, interioris Geometriæ latibula non ſolum intimè penetrâſſe, ſed etiam ejus pomœria Theorematis ſuis aureis, nemini ut putabant cognitis, ab aliis tamen jam longè priùs editis mirum in modum extendiſſe gloriantur.

## *Problema alterum purè Geometricum, quod priori ſubnectimus & ſtrenæ loco Eruditis proponimus.*

Ab Euclidis tempore vel Tyronibus notum eſt; Ductam utcunque à puncto dato rectam lineam, à circuli peripheriâ ita ſecari ut rectangulum duorum ſegmentorum inter punctum datum & utramque peripheriæ partem interceptorum ſit eidem conſtanti perpetuo æquale. Primus ego oſtendi in eod, Actor. Jun. pag. 265. hanc proprietatem infinitis aliis curvis convenire, illamque adeo circulo non eſſe eſſentialem: Arrepta hinc occaſione, propoſui Geometris determinandam curvam vel curvas, in quibus non rectangulum ſed ſolidum ſub uno & quadrato alterius ſegmentorum æquetur ſemper eidem; ſed à nemine hactenus ſolvendi modus prodiit; exhibebimus eum quandocunque deſiderabitur: Quoniam autem non niſi per curvas tranſcendentes quæſito ſatisfacimus, en aliud cujus ſolutio per merè algebricas in noſtra eſt poteſtate.

*Quæritur*

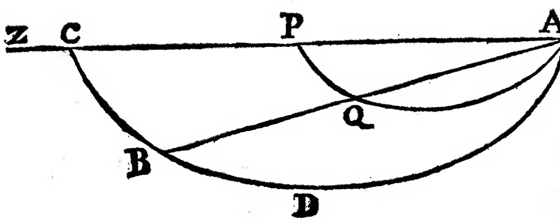
*Quæritur Curva, ejus proprietatis, ut duo illa segmenta ad quamcunque potentiam datam elevata & simul sumta faciant ubique unam eandemque summam.*

Casum simplicissimum existente sc. numero potentiæ 1. ibidem in actis pag. 266. jam solutum dedimus, generalem verò solutionem quam etiamnum premimus, Analystis eruendam relinquimus.

*Dabam Groningæ ipsis Cal. Jan.* 1697.

Hactenus Bernoullus. Problematum verò solutiones sunt hujusmodi.

## Probl. I.



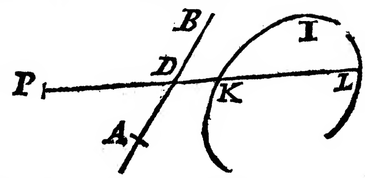

Investiganda est curva Linea A D B in qua grave à dato quovis puncto A ad datum quodvis punctum B vi gravitatis suæ citissimè descendet.

## *Solutio.*

A dato puncto A ducatur recta infinita A P C Z horizonti parallela & super eadem recta describatur tum Cyclois quæcunque A Q P rectæ A B (ductæ & si opus est productæ) occurrens in puncto Q, tum Cyclois alia A B C cujus basis & altitudo sit ad prioris basem & altitudinem respectivè ut A B ad A Q. Et hæc Cyclois novissima transibit per punctum B & erit Curva illa linea in qua grave à puncto A ad punctum B vi gravitatis suæ citissime perveniet. Q. E I.

## *Probl.* II.

Problema alterum, ſi recte intellexi, (nam quæ in Actis Lipſ. ab Auctore citantur ad id ſpectantia nondum vidi) ſic proponi poteſt. Quæritur Curva K I L ea lege ut ſi recta P K L à dato quodam puncto P, ceu Polo utcunque ducatur, & eidem Curvæ in punctis duobus K & L occurrat, poteſtates duorum ejus ſegmentorum P K & P L â dato illo puncto P ad occurſus illos ductorum, ſi ſint æque altæ (id eſt vel quadrata, vel cubi vel qua=drato-quadrata &c.) datam ſummam $PKq + PLq$ vel $PK^{cub} + PL^{cub}$, *&c.* (in omni recte illius poſitione) conficiant.




### *Solutio.*

Per datum quodvis punctum A ducatur recta quævis infinita poſitione data A D B recte mobili P K L occurrens in D, & nominentur AD $x$ & PR vel PL y, ſintque Q & R quantitates ex quantitatibus quibuſcunque datis & quantitate $x$ quomodocunque conſtantes & relatio inter $x$ & y definiatur per hanc æquationem $YY + QY + R = 0$. Et ſi R ſit quantitas data, Rectangulum ſub ſegmentis P K & P L dabitur. Si Q ſit quantitas data ſumma ſegmentorum illorum (ſub ſignis propriis conjunctorum) dabitur. Si $QQ - 2R$ datur, ſumma quadratorum ($PKq + PLq$) dabitur. Si $Q^3 - 3QR$ data ſit quantitas, ſumma cuborum ($PK^{cub} + PL^{cub}$) dabitur. Si $Q^4 - 4QQR + 2RR$ data ſit quantitas, ſumma quadrato—quadratorum ($PKqq + PLqq$) dabitur. Et ſic deinceps in infinitum. Efficiatur itaque ut R, Q, $QQ - 2R$, $Q^3 - 3QR$, *&c.* datæ ſint quantitates & problema ſolvetur. Q. E. F.

Ad eundem modum Curvæ inveniri poſſunt quæ tria vel plura abſcindent ſegmenta ſimiles proprietates habentia. Sit æquatio $Y^3 + Qyy + Ry + S = 0$ ubi Q, R & S quantitates ſignificant ex quantitatibus quibuſcunque datis & quantitate $x$ utcunque conſtantes; & Curva abſcindet ſegmenta tria. Et ſi S data ſit quantitas contentum ſolidum illorum trium dabitur. Si Q ſit quantitas data, ſumma trium illorum dabitur. Si $QQ - 2R$ ſit data quantitas, ſumma quadratorum ex tribus illis dabitur.